

II. ZH 2016/2017 Tavasz

1. Feladat Lehet-e egy csoport minden egységelemtől különböző elemének a rendje 100?
A választ indokolja. **(8p)**

2. Feladat Legyen $G = \{ \text{mod } 15 \text{ redukált maradékosztályok} \}$, és tekintsük a $(G, \cdot)$ csoportot. Láss be, hogy $H = \{ \bar{1}, \bar{11} \}$ normálosztó G -ben. **(6p)**

3. Feladat Testet alkotnak-e a következő hármasok $(\mathbb{R}, \oplus, \cdot)$, ahol

(a) $a \oplus b = \sqrt[3]{a^3 + b^3}$ és $\cdot$ a normál szorzás? **(6p)**

(b) $a \oplus b = 5(a + b)$ és $\cdot$ a normál szorzás? **(4p)**

4. Feladat Adjon meg egy tetszőleges I főideált $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ -ben és az összes I szerinti mellékosztályt. **(8p)**

5. Feladat Legyen R véges egységelemes gyűrű. Igazolja, hogy egy $r \in R$ elemnek akkor és csak akkor van multiplikatív inverze, ha létezik olyan $0 < n \in \mathbb{Z}$, hogy $r^n = e$ (e a gyűrű egységeleme). **(8p)**

Scoring

1: 0 - 19,

2: 20 - 24,

3: 25 - 29,

4: 30 - 34,

5: 35 -