

1. Egy bajnokságon 10 csapat körmérkőzést játszik. Eddig 11 mérkőzés zajlott le. Bizonyítsa be, hogy van olyan csapat, amelyik legalább három mérkőzést játszott!

2. Lehet-e egy összefüggő gráf fokszámsorozata a következő:

1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3

3. Legyen G összefüggő, egyszerű síkgráf. Bizonyítsa be, ha G páros (a csúcsok halmaza két részre bontható úgy, hogy él legfeljebb két különböző halmazba eső csúcs között futhat), akkor van legfeljebb harmadfokú pontja.

4. Egy 9 tagú társaságban mindenki pontosan öt másik embernek átad 100 Ft-ot. Bizonyítsa be, hogy az ajándékozások után van két olyan ember, akinek ugyanannyi forinttal változott a pénze.

5. Melyek igazak az alábbi állítások közül Algebrai struktúra, kommutatív, félcsoport, csoport, létezik egységeleme, invertálható a művelet. A válaszokat indokolja!

a, $(\mathbb{Q}^+, \otimes)$, $a, b \in \mathbb{Q}^+$ esetén $a \otimes b = \frac{a \cdot b}{a + b}$.

b, $(\mathbb{R}, \otimes)$, $a, b \in \mathbb{R}$ esetén $a \otimes b = a + 2b$.